

2019~2020学年天津河北区天津市第二中学高一下学期期中数学试卷

一、单选题

爱智(本大题共10小题, 每小题4分, 共40分)

1. 已知 i 为虚数单位, 在复平面内, 复数 $\frac{2i}{2+i}$ 的共轭复数对应的点位于 () .

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

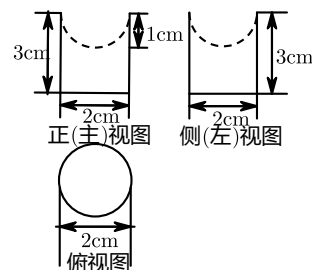
2. 若 i 为虚数单位, 复数 z 满足 $z(1+i) = |1-i| + i$, 则 z 的虚部为 () .

- A. $\frac{\sqrt{2}-1}{2}$ B. $\sqrt{2}-1$ C. $\frac{-\sqrt{2}+1}{2}i$ D. $\frac{1-\sqrt{2}}{2}$

3. 已知向量 $\vec{a} = (1, 2)$, $\vec{b} = (x, -2)$, 且 $\vec{a} \perp (\vec{a} - \vec{b})$, 则实数 $x =$ () .

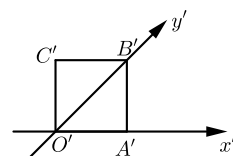
- A. -1 B. 9 C. 4 D. 1

4. 一个空间几何体的三视图如图所示, 则该几何体的体积为 () .



- A. $\frac{6}{5}\pi\text{cm}^3$ B. $3\pi\text{cm}^3$ C. $\frac{2}{3}\pi\text{cm}^3$ D. $\frac{7}{3}\pi\text{cm}^3$

5. 如图所示, 正方形 $O'A'B'C'$ 的边长为1, 它是水平放置的一个平面图形的直观图, 则原图形的周长是 () .

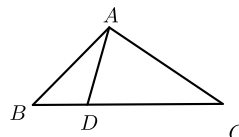


- A. 6 B. 8 C. $2+3\sqrt{2}$ D. $2+3\sqrt{3}$

6. 在 $\triangle ABC$ 中, $\frac{\vec{BA} \cdot \vec{AC}}{|\vec{AB}|} + \frac{\vec{AC} \cdot \vec{BC}}{|\vec{BC}|} = 0$, $\frac{\vec{BC}}{|\vec{BC}|} \cdot \frac{\vec{BA}}{|\vec{BA}|} = \frac{1}{2}$, 则 $\triangle ABC$ 为 () .

- A. 直角三角形 B. 三边均不相等的三角形
C. 等边三角形 D. 等腰非等边三角形

7. 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $AC = 6$, $\overrightarrow{DC} = 2\overrightarrow{BD}$, $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AC} = 4$, 则 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = ()$.

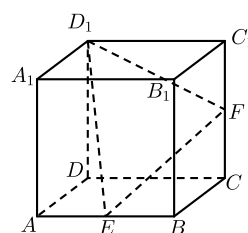


- A. -6 B. -9 C. -12 D. -15

8. 已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 所对的边分别是 a, b, c , 且 $b = 2$, $b^2 + c^2 - a^2 = bc$, 若 BC 边上的中线 $AD = \sqrt{7}$, 则 $\triangle ABC$ 的外接圆面积为 () .

- A. 4π B. 7π C. 12π D. 16π

9. 如图, 正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中 E, F 分别为棱 AB, CC_1 的中点, 在平面 ADD_1A_1 内切与平面 D_1EF 平行的直线 () .



- A. 不存在 B. 有1条 C. 有2条 D. 有无数条

10. 已知 M 是边长为1的正 $\triangle ABC$ 的边 AC 上的动点, N 为 AB 的中点, 则 $\overrightarrow{BM} \cdot \overrightarrow{MN}$ 的取值范围是 () .

- A. $\left[-\frac{3}{4}, -\frac{23}{64}\right]$ B. $\left[-\frac{3}{4}, -\frac{1}{2}\right]$ C. $\left[-\frac{2}{5}, -\frac{1}{5}\right]$ D. $\left[-\frac{3}{5}, -\frac{1}{2}\right]$

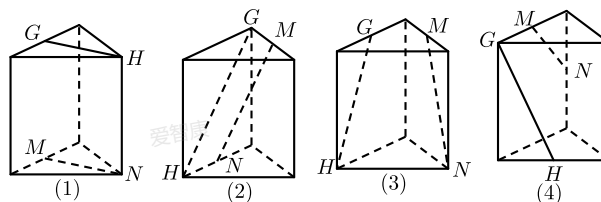
二、填空题

(本大题共6小题, 每小题4分, 共24分)

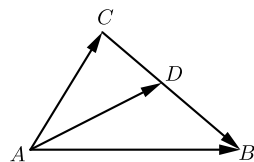
11. 复数 $z = \frac{m^2 - m - 6}{m - 4} + (m^2 - 2m - 8)i$ 是纯虚数, 则实数 $m = \underline{\hspace{2cm}}$.

12. 设 $\vec{a}, \vec{b}$ 是两个不共线的向量, $\overrightarrow{AB} = k\vec{a} + 2\vec{b}$, $\overrightarrow{BC} = \vec{a} + \vec{b}$, $\overrightarrow{CD} = \vec{a} - 2\vec{b}$, 若 A, C, D 三点共线, 求实数 k 的值 $\underline{\hspace{2cm}}$.

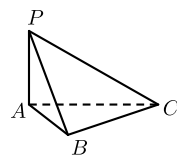
13. 在图中, G, H, M, N 分别是正三棱柱的顶点或所在棱的中点, 则表示直线 GH, MN 是异面直线的图形有 $\underline{\hspace{2cm}}$. (填上所有正确答案的序号)



14. 已知平面向量 $|\vec{p}| = 2\sqrt{2}$, $|\vec{q}| = 3$, $\vec{p}$, $\vec{q}$ 的夹角为 $\frac{\pi}{4}$, 如图, 若 $\vec{AB} = 5\vec{p} + 2\vec{q}$, $\vec{AC} = \vec{p} - 3\vec{q}$, D 为 BC 的中点, 则 $|\vec{AD}|$ 的长为 _____.



15. 如图, 三棱锥 $P-ABC$ 中, $PA \perp$ 平面 ABC , 且 $\triangle ABC$ 为等边三角形, 若 $AB = 3$, $PA = 2$, 则三棱锥 $P-ABC$ 的外接球的表面积为 _____.



16. $\triangle ABC$ 中, D 为 AC 上的一点, 满足 $\vec{AD} = \frac{1}{3}\vec{DC}$. 若 P 为 BD 上的一点, 满足 $\vec{AP} = m\vec{AB} + n\vec{AC}$ ($m > 0$, $n > 0$), 则 mn 的最大值为 _____.

三、解答题

(本大题共3小题, 每小题12分, 共36分)

17. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A , B , C 所对边分别为 a , b , c , 且 $a \sin A + c \sin C - b \sin B = \sqrt{2}a \sin C$.

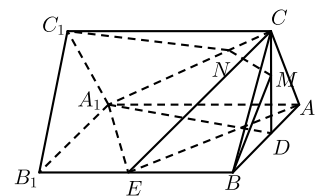
(1) 求角 B 的大小.

(2) 若 $3a = 2b$.

1 求 $\sin A$ 的值.

2 求 $\sin(2A + B)$ 的值.

18. 如图，在三棱柱 $A_1B_1C_1 - ABC$ 中， D 是棱 AB 的中点．在 CD 上取一点 M 过点 M 和 BC_1 做平面，交平面 A_1CD 于 MN ．



- (1) 证明： $BC_1 \parallel$ 平面 A_1CD .
- (2) 证明： $BC_1 \parallel MN$.
- (3) 若 E 是棱 BB_1 上的任意一点，且三棱柱 $A_1B_1C_1 - ABC$ 的体积为 12，求三棱锥 $A - A_1CE$ 的体积.

19. 在 $\triangle ABC$ 中，角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ，向量 $\vec{p} = (\sin A, b + c)$ ， $\vec{q} = (a - c, \sin C - \sin B)$ ，满足 $|\vec{p} + \vec{q}| = |\vec{p} - \vec{q}|$.

- (1) 求角 B 的大小.
- (2) 设 $\vec{m} = \left(\sin\left(C + \frac{\pi}{3}\right), \frac{1}{2}\right)$ ， $\vec{n} = (2k, \cos 2A)$ ， $(k > 1)$ ， $\vec{m} \cdot \vec{n}$ 有最大值为 3，求 k 的值.